

Résolution de problème

Le glaçon qui coule

Exemple de résolution

S'approprier le problème.

- Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole.

- ☐ Système : glaçons de H_2O et D_2O dans le verre d'eau.
- ☐ Informations utiles dans les documents présentés :
 - D'après la photographie 1, le glaçon de D_2O coule alors que celui de H_2O flotte.
 - La structure de la glace fournie nous permettra de calculer la masse volumique de H_2O et de D_2O .
 - Le volume de la maille cristalline est donné.
 - La photographie de l'iceberg permet d'estimer la proportion de volume immergé dans l'eau.

Analyser

- Organiser et exploiter ses connaissances ou les informations extraites.
- Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées.
- Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées.
- Établir une stratégie de résolution.

- ☐ Données supposées être connues :
 - D est un des isotopes de l'hydrogène. Son écriture symbolique est 2H ,
 - la constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$,
 - les masses molaires atomiques de 1H et 2H .
- ☐ Hypothèses à faire :
 - L'eau lourde cristallise avec la même structure que H_2O et les mêmes paramètres de maille.
 - Même si la photographie de l'iceberg est réalisée dans l'eau de mer (donc de l'eau salée), il est possible, grâce à cette photographie, d'évaluer la proportion immergée de l'iceberg, et de le réinvestir dans le cadre du glaçon dans l'eau.
- ☐ La stratégie sera de calculer la masse volumique de D_2O solide et de la comparer à celle de H_2O liquide et de faire de même avec H_2O solide et H_2O liquide.
- ☐ Deux voies de résolution peuvent être adoptées :
 - un point de vue microscopique avec l'utilisation de la maille fournie. Des calculs de cristallographie seront alors réalisés.
 - un point de vue macroscopique, avec l'utilisation de l'équilibre mécanique du glaçon et de la poussée d'Archimède.

Réaliser

- Mener la démarche jusqu'au bout afin de répondre explicitement à la question posée.
- Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique.

Première voie de résolution :

- ☐ Population de la maille (il suffit de compter le nombre d'atomes d'oxygène pour connaître le nombre de molécules d'eau) : $Z(H_2O) = 8 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{1}{4} + 2 \times 1 = 4$ molécules d'eau. On peut le vérifier en comptant le nombre d'atomes d'hydrogène : $Z(H) = 4 \times \frac{1}{4} + 7 \times 1 = 8$ atomes d'hydrogène.
- ☐ Volume de la maille : on trouve $V = a^3 \sqrt{2}$ avec la relation c/a donnée.
- ☐ Expression de la masse volumique de H_2O et D_2O :

$$\rho(X_2O) = \frac{m_{\text{maille}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{Z(X_2O) M(X_2O)}{N_A a^3 \sqrt{2}}$$

Applications numériques :

$$\rho(H_2O_{\text{solide}}) = \frac{4 \times 18 \times 10^{-3}}{6,02 \times 10^{23} \times (452 \times 10^{-12})^3 \times \sqrt{2}} = 915,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\rho(D_2O_{\text{solide}}) = \frac{4 \times 20 \times 10^{-3}}{6,02 \times 10^{23} \times (452 \times 10^{-12})^3 \times \sqrt{2}} = 1018 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

On a donc $\rho(D_2O_{\text{solide}}) > \rho(H_2O_{\text{liquide}}) > \rho(H_2O_{\text{solide}})$. Il est normal que le glaçon de D_2O soit au fond du verre contrairement au glaçon de H_2O qui est en partie émergé.

Deuxième voie de résolution :

Le glaçon de H_2O flotte à la surface de l'eau liquide : l'équilibre est obtenu lorsque le poids et la poussée

d'Archimède se compensent exactement.

On peut écrire : $\rho(H_2O_{liquide}) V_{immerg} g = \rho(H_2O_{solide}) V_{total} g$.

Soit : $\frac{V_{immerg}}{V_{total}} = \frac{\rho(H_2O_{solide})}{\rho(H_2O_{liquide})}$.

Sur la photographie 2, représentant un iceberg, on peut estimer que 10% du volume total est émergé (c'est un ordre de grandeur que les élèves devraient connaître).

On a alors : $0,9 = \frac{\rho(H_2O_{solide})}{\rho(H_2O_{liquide})}$.

On en déduit que : $\rho(H_2O_{solide}) = 0,9 \rho(H_2O_{liquide}) = 0,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

En ce qui concerne D_2O solide, sa masse molaire est augmentée de $2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ par rapport aux $18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ de H_2O solide, donc on peut en déduire qu'à volume constant, sa masse est plus grande.

On a alors la valeur $\rho(D_2O_{solide}) = \frac{20}{18} \rho(H_2O_{solide}) = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

On trouve alors que le glaçon de D_2O a la même masse volumique que l'eau liquide... Il est alors possible de discuter sur le fait que cette approche n'est pas la meilleure. En effet, la photographie représente un iceberg dans l'eau de mer, soit de l'eau salée !

Valider	– Discuter de la pertinence du résultat trouvé (identification des sources d'erreur, choix des modèles, formulation des hypothèses,...). – Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue
----------------	--

☐ Le résultat montrant que le glaçon de H_2O flotte est cohérent avec ce que l'étudiant connaît et avec la photographie 2.

De plus, le nom « eau lourde » semble valider le résultat qui dit que le glaçon de D_2O se trouve au fond du verre.

☐ Un regard plus critique peut être amené sur la voie de résolution 2 car :

- la méthode d'évaluation du volume immergé est plus approximative
- la photographie 2 montre un « glaçon » (iceberg) dans de l'eau salée et non dans de l'eau pure.

☐ L'étudiant peut exercer son esprit critique en remarquant que les mêmes paramètres de maille ont été considérés pour D_2O solide et pour H_2O solide alors que le rayon atomique de D est vraisemblablement plus grand que celui de H : les paramètres de maille de l'eau deutérée sont sans doute plus grands que ceux de l'eau non deutérée.

Résolution de problème

Le glaçon qui coule

Exemples d'indicateurs de réussite

S'approprier	– Il est remarqué que le glaçon de D_2O coule alors que celui de H_2O reste en surface. – La maille de la glace et le volume de cette maille sont identifiés comme des informations importantes – La photographie 2 apporte une information sur le volume immergé d'un glaçon dans l'eau.
Analyser	– Les hypothèses nécessaires à la résolution sont faites : par exemple, que l'eau lourde cristallise dans la même structure que H_2O (voie de résolution 1) ou que le volume immergé d'un iceberg dans de l'eau salée est similaire à celle d'un glaçon dans de l'eau non salée (voie de résolution 2). – Il est compris que c'est la masse volumique de chaque composé qu'il faudra calculer (méthode de résolution 1) ou que la poussée d'Archimède peut être utilisée (voie de résolution 2).
Réaliser	– Les masses volumiques sont exprimées. – Le calcul est mené à son terme pour comparer les deux masses volumiques.
Valider	– Les masses volumiques calculées sont comparées à celle de l'eau liquide. – La cohérence du résultat est vérifiée. – Un regard critique est apporté sur les approximations réalisées, notamment pour la voie de résolution 2.
Communiquer	– La communication est claire, cohérente avec un vocabulaire scientifique précis. – Les calculs sont effectués à partir de formules littérales, dans un langage mathématique correct.